

无线传感网中基于谱矩的链路优化策略

蔡青松, 陈希厚

(北京工商大学计算机与信息工程学院, 北京 100048)

摘 要: 为了延长无线传感网 (WSN) 的生存时间, 依据图谱理论提出了一种节点自适应的本地通信链路优化算法, 动态地优化网络拓扑结构。通过引入拉式谱矩, 每个节点仅需了解有限的本地局部信息即能在每次迭代过程中在与邻居节点的通信链路上做出追加或删除的最优决策, 进而保证网络动态地朝着预定的目标不断优化。实验结果表明, 仅通过有限次迭代后即可使网络结构逼近预定目标, 验证了算法的有效性。

关键词: 无线传感网; 拓扑优化; 拉氏谱; 谱矩; 分布式迭代

中图分类号: TP393

文献标识码: A

Link optimization strategy based on spectral moment in wireless sensor network

CAI Qing-song, CHEN Xi-hou

(School of Computer and Information Engineering, Beijing Technology and Business University, Beijing 100048, China)

Abstract: In order to prolong the life of the wireless sensor network (WSN), an adaptive local communication link optimization algorithm of nodes was proposed to optimize the network structure dynamically. By introducing the term of Laplacian spectrum moment, each node can make the decision of adding or deleting a link iteratively with their neighbors using limited local network structural information, and then the whole network can evolve to a predefined structure. The experimental results show that each node takes only finite iterations and then the network structure can converge quickly to the target, which prove the effectiveness of the algorithm.

Key words: wireless sensor network, topology control, Laplacian spectrum, spectral moment, distributed iterative algorithm

1 引言

无线传感网 (WSN) 具有的价格低廉、自组织、快速组网和高容错性等特点使其在军事、环境监测和社会等领域有广泛的应用前景^[1]。通常, 在无人看守或环境恶劣的条件下, 传感器节点多采用随机部署方式, 并通过节点自组织形成异构网络。并且, 由于传感器节点多采用电池供电的方式, 一旦电池能量耗尽, 节点便会失效从而影响整个网络的运行。由于更换电池成本较高甚至不可能完成, 因此, 利用高效的组网以及动态拓扑优化技术延长网络寿命是 WSN 的重要研究内容^[2]。

目前, 通过拓扑优化手段来延长网络寿命的方式主要集中在功率控制^[3-6]和睡眠调度^[7-10]2 个方面, 虽然这些算法都能在保证网络连通的前提下,

通过降低网络中的节点能耗从而在一定程度上延长网络寿命, 但是忽略了网络的异构性导致节点能耗速率不同的特点, 可能会出现 WSN 中节点能量消耗不均衡的情况。针对以上问题, 有研究提出基于博弈论的自适应算法^[11-14], 这类算法通过传感器节点间的优化合作, 能够有效解决网络链路上节点能耗不均的问题, 然而, 这些算法大都是启发式的, 不能够直接通过数学方式去描述, 因而无法进行形式化的分析。考虑到以上算法的不足之处, 本文根据网络拓扑与其拉氏谱的关系^[15-18], 提出了一种基于谱矩的节点自适应局部链路优化算法, 使网络中每个节点能够根据自身局部信息做出全局最优的链路优化策略, 从而避免了网络中能量消耗不均的情形, 并且每次迭代出的结构调整都根据谱矩计算而来, 从而可以进行有效的理论分析。

由于 WSN 的寿命定义与其应用密切相关，因此没有统一的标准，本文采用从网络开始运行到其中任一节点失效这段时间作为网络生存时间的度量方式。由于网络结构的性质与其拉式谱有密切的关系，例如节点能耗速率等，因此，可以依此提出网络链路层优化算法来均衡网络能耗，从而延长其寿命。WSN 中节点通常采用泛洪法获得其自身所在的某个子网络的结构^[19]，算法通过引入拉式谱矩，使每个节点都可以利用其所了解到有限的局部信息自适应地调整整个网络的拉式谱的值。并且，拉式谱可以由其谱矩唯一确定^[20]，因此可以间接控制整个网络的性质。本文算法应用场景在于当网络中有节点能量低于某一设定值时，每个节点便会利用该算法优化网络结构，使其拉式谱朝着某一最优目标值变化，从而均衡各节点的能耗，达到延长网络寿命的目的。为了说明一次优化过程，本文提出了一个基于谱矩的距离函数来衡量与目标谱的差异程度，通过调整网络的结构不断缩小距离函数，直至达到收敛条件，并且算法假设网络拓扑没有中心控制节点且每个节点根据本身所了解的信息来做出局部的最优决策，最终通过一致性算法来获取全局最优解。由于在每次迭代过程中采用贪心策略获取当前网络的最优拓扑结构变化，可能会导致结果局部收敛，但最终的模拟实验结果表明，算法最终得到的拉氏谱与所给定谱有很高的吻合程度，说明提出的距离函数具有良好的衡量特性以及算法的有效性。

2 问题建模

本文提出的延长网络寿命的优化算法针对 WSN 的数据链路层，而不考虑其网络层以及传输层的能耗。对于 WSN，将其传感器节点视为一个顶点，并把其链路层可以相互通信的两传感器节点用一条无向边相连，那么整个 WSN 便可用简单无向图来表示。并且，每个节点通过泛洪法了解到的局部网络结构可以用包括其自身顶点的子图表示，因此，便可将图谱理论中的拉式谱与图的性质关系应用到 WSN 的链路优化中，即通过调整链路层结构从而使网络具有相应的性质。

2.1 符号说明

在优化问题定义及算法说明中可能出现的符号及其描述如表 1 所示。对于含有 n 个节点的简单无向图 G ，其拉氏谱用 $SP(G) = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ 表示，其

中 $\lambda_i (1 \leq i \leq n)$ 为图 G 的拉氏矩阵 L_G 的特征值，定义图 G 的 z 阶拉氏谱矩为

$$mon_z(G) \triangleq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i^z \quad (1)$$

表 1 符号及含义描述

符号	描述
V	节点的集合, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
E	边的集合, $E = V \times V$
$G(V, E)$	由节点集合 V 和边集合 E 构成的简单无向图 G
$k-l$	节点 k 和 l 相邻
N_k	节点 k 的一阶邻居节点集合
d_k	节点 k 的度, 值为 N_k 中节点个数
W	边的权值的集合
$Q(V, E, W)$	由节点集 V 和边集以 E 及边上权值为 W 的权重无向图 Q
A_G	简单图 G 的邻接矩阵
W_Q	权重图 Q 的邻接矩阵
D_G	简单图 G 的对角矩阵, 值为 $\text{diag}(d_i)$
L_G	简单图 G 的拉氏矩阵, 值为 $D_G - A_G$
$walk$	图中 2 节点路径上有序节点集合
$c(p)$	图上某一 $walk p$ 的权值, 其值为 $walk$ 中有序节点构成边的权值乘积
$d(k, l)$	节点 k 与节点 l 的距离
$V_{k,r}$	与节点 k 距离小于等于 r 的节点集合
$G_{k,r}$	由节点 $V_{k,r}$ 构成的子图, 有 $G_{k,r} \subseteq G$
$E_{k,r}$	子图 $G_{k,r}$ 上边的集合
$L_{k,r}$	子图 $G_{k,r}$ 的拉氏矩阵
$SP(G)$	图 G 的拉氏矩阵特征值由小到大的有序集合

定理 1 对于含有 n 个节点的任意 2 个简单无向图 G_1 和 G_2 ，其拉氏谱分别为 $SP(G_1) = \{\lambda_1^{(1)}, \dots, \lambda_n^{(1)}\}$ 和 $SP(G_2) = \{\lambda_1^{(2)}, \dots, \lambda_n^{(2)}\}$ ，如果对于其 $z (0 \leq z \leq n-1)$ 阶谱矩有 $mon_z(G_1) = mon_z(G_2)$ ，那么有 $\lambda_i^{(1)} = \lambda_i^{(2)} (0 \leq i \leq n)$ 。

2.2 优化问题定义

对于分别含有 n 个节点的简单图 G_1 和 G_2 ，其拉氏谱分别为 $SP_1 = \{\lambda_i^{(1)}\}_{i=1}^n$ 和 $SP_2 = \{\lambda_i^{(2)}\}_{i=1}^n$ ，定义其谱距离为

$$dis_z(SP_1, SP_2) = \sum_{z=1}^Z \left(mon_z(G_1)^{\frac{1}{z}} - mon_z(G_2)^{\frac{1}{z}} \right)^2 \quad (2)$$

由定理 1 可知，谱由其 $n-1$ 阶谱矩唯一决定，当 $Z < n-1$ 时，称 $dis_z(SP_1, SP_2)$ 为图 G_1 和 G_2 拉氏谱间的伪距离。由于算法假设每个节点只了解局部结构，即 $Z < n-1$ ，所以本文主要基于谱的伪距离进

行分析。

根据以上的符号说明，下面给出问题定义：对于给定谱 $SP^* = \{\lambda_i^*\}_{i=1}^n$ ，确定一个简单图 G^* ，不断调整 G^* 边的变化，使其拉式谱 $SP(G^*)$ 与给定谱 SP^* 的谱距离 $dis_z(SP(G^*), SP^*)$ 取得最小值。本文提出的算法在保证图连通的情况下，每次迭代只添加或删除一条边，为了说明算法还需要定义编辑距离 dis_E ，其中， $dis_E(G_1, G_2)$ 为从图 G_1 的结构变化到图 G_2 所需最少的增加和删除的边的条数。基于此，问题可以用如下形式说明

$$G(t+1) = \arg \min_G dis_z(SP(G), SP^*) \quad (3)$$

$$s.t. dis_E(G(t), G) = 1, \lambda_2 > 0$$

其中， $G(t+1)$ 表示由 $G(t)$ 经过一次迭代后的拓扑结构。由上可知，随着时间 t 的变化， $SP(G(t))$ 逐渐收敛于 SP^* ，其中， $dis_E(G(t), G) = 1$ 保证了每次迭代只进行一条边的增加或删除，谱隙（拉氏矩阵的第二小特征值） $\lambda_2 > 0$ 保证了图 G 的连通性。

3 连通性及谱矩

本节给出当每个传感器节点通过泛洪法了解到局部结构，对应于图中即每个只了解局部信息 $\{G_{k,r}, k \in V\}$ ($G_{k,r}$ 的定义见表 1) 时，保证整个网络即图 G 的连通性以及计算其拉氏谱矩的方法。

3.1 连通性

定理 2 对于图 G ，令 $\theta_k(t) \in \mathbb{R}$ 为节点 k 在时刻 t 的状态值， $\theta(t) = [\theta_k(t)] \in \mathbb{R}^n$ 为时刻 t 所有节点的状态值向量，如果对于任意的初始值 $\theta(0) \in \mathbb{R}^n$ 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \theta_k(0) \mathbf{1} \in span\{\mathbf{1}\}$ ，那么图 G 是连通的。

定理 2 表明，对于所有节点，给定任意的初始值，如果所有节点的最终状态值收敛为某一定值，则说明图是连通的。

3.2 谱矩计算

定理 3 令 $Q = (V, E, W)$ 表示权重图，对于其邻接矩阵为 $W_Q = [w_{ij}]$ ，有 $[W_Q^z]_{kk} = \sum_{p \in P_{k,z}(Q)} c(p)$ 。

其中， W_Q^z 表示邻接矩阵 W_Q 的 z 阶矩阵， $P_{k,z}(Q)$ 表示权重图中长度为 z ，起点在 k 的 walk 闭合的集合。

对于简单图 G ，用 $Q(G)$ 表示其拉氏矩阵 $L(G)$ 所代表的图，因 $L(G)$ 的值不全为 0 或 1，所以 $Q(G)$ 是带有权重的无向图，且其邻接矩阵 $W_{Q(G)} = L(G)$ 。同时，定义图 $G_{k,r}$ 的拉氏矩阵 $L_{k,r}$ 所表示的图为 $Q_{k,r}$ 。对节点 k ，给定其闭合 walk 的长度为 z ，则节点 k 能了解到的最大图结构为 $G_{k,r}$ ，其中， $r = \frac{z}{2}$ ，如图 1 所示。

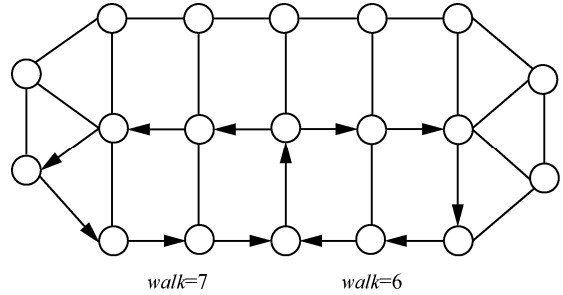


图 1 给定 z 时 r 的最大取值

定理 4 对于一个简单图 G ，其拉氏矩阵为 L_G ，设任一节点 i 了解到的最大图结构为 $G_{i,r}$ ，则图 G 的拉氏谱矩可写成

$$mon_z(L_G) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [L_{k,r}^z]_{11}, z \leq Z = 2r + 1 \quad (4)$$

证明 由于矩阵的迹 Tr 是其特征值的和，所以拉氏矩阵的阶谱矩有

$$mon_z(L_G) = \frac{1}{n} Tr(L_G^z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [L_G^z]_{kk} \quad (5)$$

根据上文定义， L_G 表示图 $Q(G)$ 的邻接矩阵，由定理 3 可得

$$mon_z(L_G) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{p \in P_{k,z}(Q)} c(p) \quad (6)$$

对于长度为 z 、起点在 k 的闭合 walk 所能访问的节点与节点 i 的最远距离为 $\frac{z}{2}$ ，因此，其所能访问的最大子图为 $G_{k,r}$ ，其中 $r = \frac{z}{2}$ ；同理，对于起点在 k ，长度 $z \leq 2r + 1$ 的 walk 都在子图 $G_{k,r}$ 中。因此对 $z \leq 2r + 1$ ，有

$$\sum_{p \in P_{k,z}(Q(G))} c(p) = \sum_{p \in P_{k,z}(Q_{i,r})} c(p) \quad (7)$$

根据定理 3 有

$$\sum_{p \in P_{1,z}(\mathcal{Q}_{i,r})} c(p) = [\mathbf{L}_{k,r}^z]_{11} \quad (8)$$

3.3 谱矩变化量计算

设节点 k 和 l 的 r 阶邻居子图节点集合分别为 $N_{k,r}$ 和 $N_{l,r}$ ，由节点集合 $N_{k,r}$ 和 $N_{l,r}$ 构成的子图有以下定义

$$\begin{aligned} G_{r,(k,l)} &\triangleq L_G(N_{k,r} \cup N_{l,r}), \\ G_{r,(k,l)}^+ &\triangleq L_{G+(k,l)}(N_{k,r} \cup N_{l,r}), \\ G_{r,(k,l)}^- &\triangleq L_{G-(k,l)}(N_{k,r} \cup N_{l,r}) \end{aligned} \quad (9)$$

其中， $L_G(N_{k,r} \cup N_{l,r})$ 表示由节点集 $N_{k,r}$ 和 $N_{l,r}$ 构成的子图 $G_{r,(k,l)}$ 的拉氏矩阵， $L_{G+(k,l)}(N_{k,r} \cup N_{l,r})$ 表示由子图 $G_{r,(k,l)}$ 添加边 (k,l) 后的图 $G_{r,(k,l)}^+$ 或删除边 (k,l) 后图 $G_{r,(k,l)}^-$ 对应的拉氏矩阵。

定理 5 对于一个简单图 G ，增加或删除边 (k,l) 后 z 阶拉氏谱矩的变化量可通过式(10)计算

$$\begin{aligned} &mon_z(\mathbf{L}_{G+(k,l)}) - mon_z(\mathbf{L}_G) \\ &= \frac{1}{n} \left(Tr(\mathbf{G}_{r,(k,l)}^{\pm})^z - Tr(\mathbf{G}_{r,(k,l)})^z \right), z \leq 2r + 1 \end{aligned} \quad (10)$$

证明 对于拉氏矩阵 \mathbf{L}_G 、 $\mathbf{L}_{G+(k,l)}$ 、 $\mathbf{L}_{G-(k,l)}$ 所表示的权重图分别为 $H = \mathcal{Q}(G)$ ， $H^+ = \mathcal{Q}(G + (k,l))$ ， $H^- = \mathcal{Q}(G - (k,l))$ 。根据式(6)和式(7)可得

$$mon_k(\mathbf{L}_G) = \frac{1}{n} \sum_{p \in P_z(H)} c(p) \quad (11)$$

$$mon_k(\mathbf{L}_{G+(k,l)}) = \frac{1}{n} \sum_{p \in P_z(H^+)} c(p) \quad (12)$$

由于以 k 为起点、长度为 z 的闭合 walk 最多只能访问到节点集 $N_{k,r} \left(r = \frac{z}{2} \right)$ ，对于节点 j 也是如此，因此，可把式(6)和式(7)写成

$$mon_k(\mathbf{L}_G) = \frac{1}{n} \sum_{p \in P_{z,r}^{(k,l)}(H)} c(p) + \frac{1}{n} \sum_{p \in P_z \setminus P_{z,r}^{(k,l)}(H)} c(p) \quad (13)$$

$$mon_k(\mathbf{L}_{G+(k,l)}) = \frac{1}{n} \sum_{p \in P_{z,r}^{(k,l)}(H^+)} c(p) + \frac{1}{n} \sum_{p \in P_z \setminus P_{z,r}^{(k,l)}(H^+)} c(p) \quad (14)$$

由于增加或删除边 (k,l) 只影响包含节点 k 或 l 的 walk，有

$$\sum_{p \in P_z \setminus P_{z,r}^{(k,l)}(H)} c(p) = \sum_{p \in P_z \setminus P_{z,r}^{(k,l)}(H^{\pm})} c(p) \quad (15)$$

因此

$$mon_k(\mathbf{L}_{G+(k,l)}) - mon_k(\mathbf{L}_G) = \frac{1}{n} \sum_{p \in P_{z,r}^{(k,l)}(H^+)} c(p) - \frac{1}{n} \sum_{p \in P_{z,r}^{(k,l)}(H)} c(p) \quad (16)$$

由式(5)可得

$$\frac{1}{n} \sum_{p \in P_{z,r}^{(k,l)}(H)} c(p) = mon_k(\mathbf{L}_G(N_{k,r} \cup N_{l,r})) = \frac{1}{n} Tr(\mathbf{G}_{r,(k,l)})^z \quad (17)$$

同理有

$$\frac{1}{n} \sum_{p \in P_{z,r}^{(k,l)}(H^{\pm})} c(p) = \frac{1}{n} Tr(\mathbf{G}_{r,(k,l)}^{\pm})^z \quad (18)$$

由上可知，图的初始 z 阶拉氏谱矩可以通过每个节点的局部信息获得，即可以获得与目标谱的初始谱距离，并且由于图的结构变化所引起的谱矩的变化量通过局部信息也能获得，因此算法每次迭代与目标谱的谱距离都可由局部信息计算得到。

4 算法实现

基于第 3 节对谱矩计算的理论说明，本节给出算法的伪代码实现。对于图中的任意节点，迭代过程可能的调整为其所在边的增加或删除。由于需调整的边上的 2 节点可以做出相同的决策，为了避免混淆，本文给每个节点编号并采用序号值较大的节点作为决策节点，采用如下方式表示图中的任一节点 k 在时刻 t 可做出的边的变化：可删除边的集合 $D_k(t) \triangleq \{(k,l) \in E(t) | k > l\}$ ，可增加边的集合 $A_k(t) \triangleq \{(k,v) \notin E(t) | v \in N_{k,r}(t) \text{ 且 } k > v\}$ 。

4.1 连通性判断

对于图中的任一节点，边的删除操作可能会破坏图的连通性，需要对其进行连通性判断。本文基于定理 2 提出一种分布式算法，每个节点仅需了解局部信息便可对整体结构进行连通性判断。

在时刻 t ，图中可删除边的集合为 $D(t)$ ，根据决策节点的不同把 $D(t)$ 分解为不相交的集合 $D(t) \cap D_k(t)$ ，其中， k 为图中任一节点。对于节点 l ，其可删除边的集合为 $D_l(t)$ ，对于集合中每条可操作的边都要检查删除后图是否保持联通。对于集合 $D_l(t)$ 中的每条边设置初始值，并用向量 $\mathbf{y}_l(s) \in \mathbb{R}^{|D_l(s)|}$ 表示。对图中所有的节点 $k(k \neq l)$ ，随

机初始化状态向量 $\mathbf{y}_{kl}(s) \in \mathbb{R}^{|D_k(s)|}$, 并按照如下规则进行更新。

情形 1 如果 $(k, l) \notin D_k(s) \cup D_j(s)$, 如节点 k 、 l 不相邻, 则有

$$\mathbf{y}_{kl}(s) = \max \{ \mathbf{y}_{kl}(s), \mathbf{y}_{vl}(s) \}, v \in N_k(s) \quad (19)$$

情形 2 如果 $(k, l) \in D_l(s)$, 如节点 k 、 l 相邻且 l 是决策节点, 则有

$$[\mathbf{y}_{kl}(s)]_{(k,l)} = \max \left\{ [\mathbf{y}_{kl}(s)]_{(k,l)}, [\mathbf{y}_{vl}(s)]_{(k,l)} \right\} \quad (20)$$

其中, $v \in N_k(s) \setminus \{l\}$ 。

情形 3 如果 $(k, l) \in D_k(s)$, 如节点 k 、 l 相邻且 k 是决策节点, 则有

$$[\mathbf{y}_{kk}(s)]_{(k,l)} = \max \left\{ [\mathbf{y}_{kk}(s)]_{(k,l)}, [\mathbf{y}_{vk}(s)]_{(k,l)} \right\} \quad (21)$$

其中, $v \in N_k(s) \setminus \{l\}$ 。

按照上述规则更新状态向量, 当算法收敛时, 对于 $(k, l) \in D_k(s)$ 有 $[\mathbf{y}_{kk}(s)]_{(k,l)} = [\mathbf{y}_{lk}(s)]_{(k,l)}$ 则说明删除 k 、 l 图仍连通。所以, 当节点 k 作为决策节点时, 在保证连通性的条件下, 其可删除边的集合为

$$D_k^\sigma = \{ (k, l) \in D_k(s) \mid [\mathbf{y}_{kk}(s)]_{(k,l)} = [\mathbf{y}_{lk}(s)]_{(k,l)} \} \quad (22)$$

文献[21]表明, 上述基于一致性理论提出的更新规则经过有限时间 τ 一定会收敛。根据以上说明, 提出连通性判断的算法如算法 1 所示。

算法 1 连通性判断算法

输入 $\mathbf{y}_{kl}(0) \in \mathbb{R}^{|D_k(s)|}$

- 1) for $s = 1: \tau$ do
- 2) 根据式(19)~式(21)更新 $\mathbf{y}_{kl}(s+1)$
- 3) end for
- 4) 计算 D_k^σ

4.2 最优结构变化

由式(3)可知, 算法的目的是使得给定的简单图经过结构调整后, 其拉氏谱与目标谱的伪距离 dis_z 最小, 本文采用贪心策略, 每次迭代取 dis_z 最小的结构变化, 如果没有边的变化能减小 dis_z , 则说明算法收敛。采用贪心算法可能使结果取得局部最优值, 但第 5 节实验结果说明在实际应用中能取得良好的效果。

对于图中的任一节点 k , 与目标谱的 z 阶伪距

离用 $TS_k(t) \triangleq dis_z(S(G(t)), S^*)$ 表示, 其初始值都为 $TS_k(t) = TS(0)$, 其中, $TS(0)$ 可通过定理 4 计算。在时刻 t , 对节点 k , 其所有可能的局部操作分别计算 $TS_{\pm(k,l)}(t)$, 其值可以通过定理 5 计算。所以, 对于节点 k , 在第 t 次迭代后其最优的结构变化可用式(23)表示为

$$(k, l^*(t)) \triangleq \arg \min \{ TS_{\pm(k,l)}(t) - TS_k(t) \} \quad (23)$$

其中, $(k, l) \in A_k(t) \cup D_k(t)$ 。

对于节点 k , 其结构变化的更新规则为: 如果存在 $\min_{(k,l) \in A_k(t) \cup D_k(t)} \{ TS_{\pm(k,l)}(t) - TS_k(t) \} \leq 0$, 那么 $TS_k(t) = TS_{\pm(k,l^*(t))}(t)$; 否则 $TS_k(t) = F$, 其中, F 为没有可调整边的标志, 用一较大的数值表示。由以上更新规则可知, 对于节点 k , 如果其最优的结构调整能够使距离函数 $TS_k(t)$ 的值变小, 则将 $(k, l^*(t))$ 视为可变化的边, 否则在此次迭代过程中没有可变化的边。对于每个节点设置一初始状态向量为

$$\mathbf{i}_k(0) \triangleq [kl_k^*(t)TS(t)m(k, l_k^*(t))] \quad (24)$$

其中, 式(24)包括最优的局部操作 $(k, l_k^*(t))$, 局部操作后的伪距离 $TS_k(t)$ 以及变化后的谱矩向量

$$mon(k, l_k^*(t)) \triangleq \left[mon_z \left(S \left(G_{\pm(k, l_k^*(t))} \right) \right) \right]_{z=1}^z$$

为了获取全局最优结构变化, 采用最小一致性算法。每个节点与其邻居节点相互交换信息来更新 $\mathbf{i}_k(s)$, 得到 $\mathbf{i}_l(s)$ 使距离函数值最小, 即 $\mathbf{i}_k(s+1) = \mathbf{i}_l(s)$, 其中, $l = \operatorname{argmin}_{v \in N_k(t)} \{ [\mathbf{i}_k(s)]_3, [\mathbf{i}_v(s)]_3 \}$ 。最小一致性算法经过时间 τ 收敛后, 如果存在 $[\mathbf{i}_k(\tau)]_3 = F$ 则说明不存在能够缩小与目标谱谱距的结构变化; 如果存在 $[\mathbf{i}_k(\tau)]_3 < F$, 则对节点 k 进行如下更新: 如果最优操作 $[\mathbf{i}_k(\tau)]_2 \notin N_k(t)$, 那么更新 $N_k(t+1) = N_k(t) \cup \{ [\mathbf{i}_k(\tau)]_2 \}$; 如果 $[\mathbf{i}_k(\tau)]_2 \in N_k(t)$, 那么更新 $N_k(t+1) = N_k(t) \setminus \{ [\mathbf{i}_k(\tau)]_2 \}$ 。同时, 对每一节点更新谱距向量 $mon_k(t+1) = [\mathbf{i}_k(\tau)]_4$ 以及 $TS_k(t+1) = [\mathbf{i}_k(\tau)]_3$ 。根据以上说明, 提出的确定每次迭代中最优结构变化的算法如算法 2 所示。

算法 2 最优解算法

输入值: $i_k(0) \triangleq [kl_k^*(0)TS_k(0)mon(kl_k^*(0))]$

1) for $s=1:\tau$ do

2) $i_k(s+1)=i_l(s)$

其中 $l = \max\{\text{argmin}_{v \in N_k(t)} \{[b_k(s)]_3, [b_l(s)]_3\}\}$

3) end for

4) if $[i_k(\tau)]_3 < F$ then

5) 更新 $N_k(t+1), mon_k(t+1)$ and $TS_k(t+1)$

6) else if $[i_k(\tau)]_3 = F$ then

7) 算法收敛 end if

5 实验结果

本节分别对 WSN 中的非层次型和层次型结构进行模拟来验证算法的有效性，模拟过程中取拉氏谱矩的阶数 z 分别为 4 和 5。

5.1 非层次型网络模拟

本节中，算法对 WSN 中非层次型网络进行模拟，模拟目标选取包含 200 个节点的网络，如图 2(a) 所示，其前 5 阶拉氏谱矩 $(mon_z(G^*))_1^5 = (6.56, 55.29, 517.88, 5212.93, 55413.61)$ 。初始随机生成含有 200 个节点的简单图，算法分别选取前 4 阶

和前 5 阶谱矩作为计算谱距离的参数。当算法选取前 4 阶谱矩时，收敛时得到的拓扑 G 如图 2(b) 所示，有 $(mon_z(G))_1^4 = (6.64, 56.36, 531.49, 5386.18)$ ，与目标谱的伪距离 $dis_{z=4}(SP(G), SP(G^*)) = 0.02$ ；当算法选取前 5 阶谱矩时，收敛时得到的拓扑 G 如图 2(c) 所示，有 $(mon_z(G))_1^5 = (6.60, 55.97, 526.60, 5326.31, 56950.56)$ ，与目标谱的伪距离 $dis_{z=5}(SP(G), SP(G^*)) = 0.01$ 。两者与目标谱的谱距随迭代次数的变化关系如图 2(d) 所示，与目标谱的累积分布函数如图 2(e) 所示，由图 2(d) 可以看出两者分别经过 69 与 90 次迭代即可收敛，且收敛时与目标拉氏谱基本相同。

5.2 层次型网络模拟

本节中，算法对 WSN 中层次型网络进行模拟，模拟目标选取为总结点数为 241，层数为 3 的网络，如图 3(a) 所示，其前 5 阶拉氏谱矩 $(mon_z(G^*))_1^5 = (1.99, 19.79, 323.28, 5522.61, 95010.12)$ 。

初始随机生成含有 241 个节点的简单图，分别选取前 4 阶和前 5 阶谱矩作为计算谱距离的参数。当算法选取前 4 阶谱矩时，收敛时得到的拓扑 G 如图 3(b) 所示，有 $(mon_z(G))_1^4 = (2.23, 23.98, 429.55, 8279.07)$ ，与目标谱的伪距离 $dis_{z=4}(SP(G), SP(G^*)) = 1.56$ ；

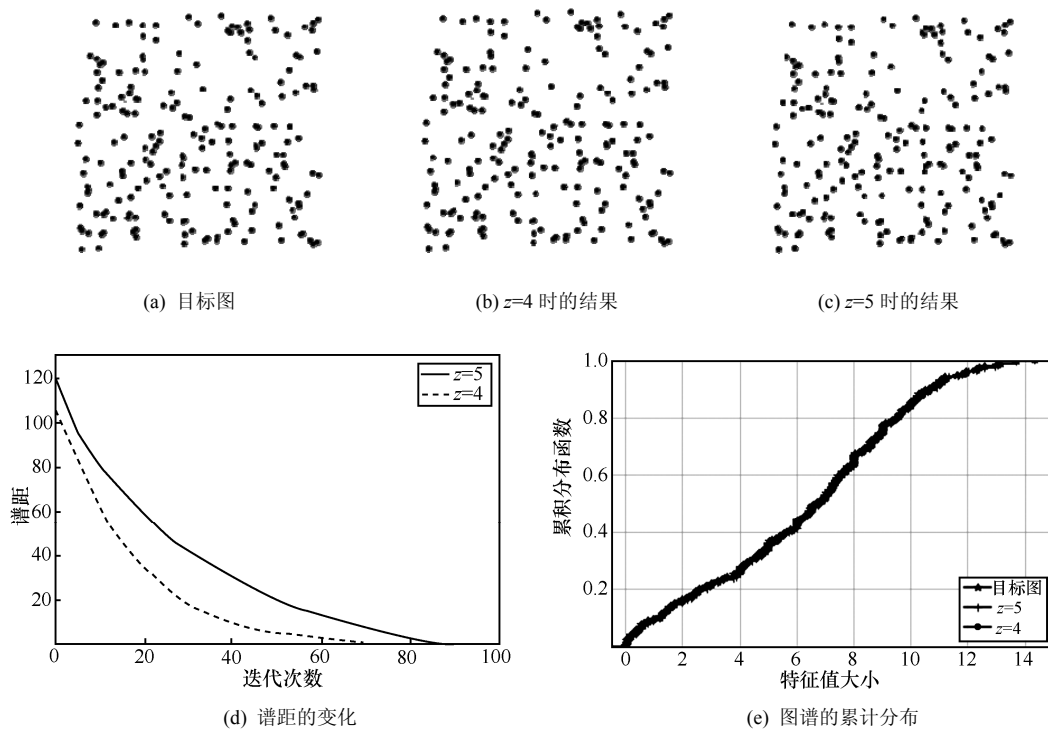


图 2 非层次型 WSN 的模拟结果

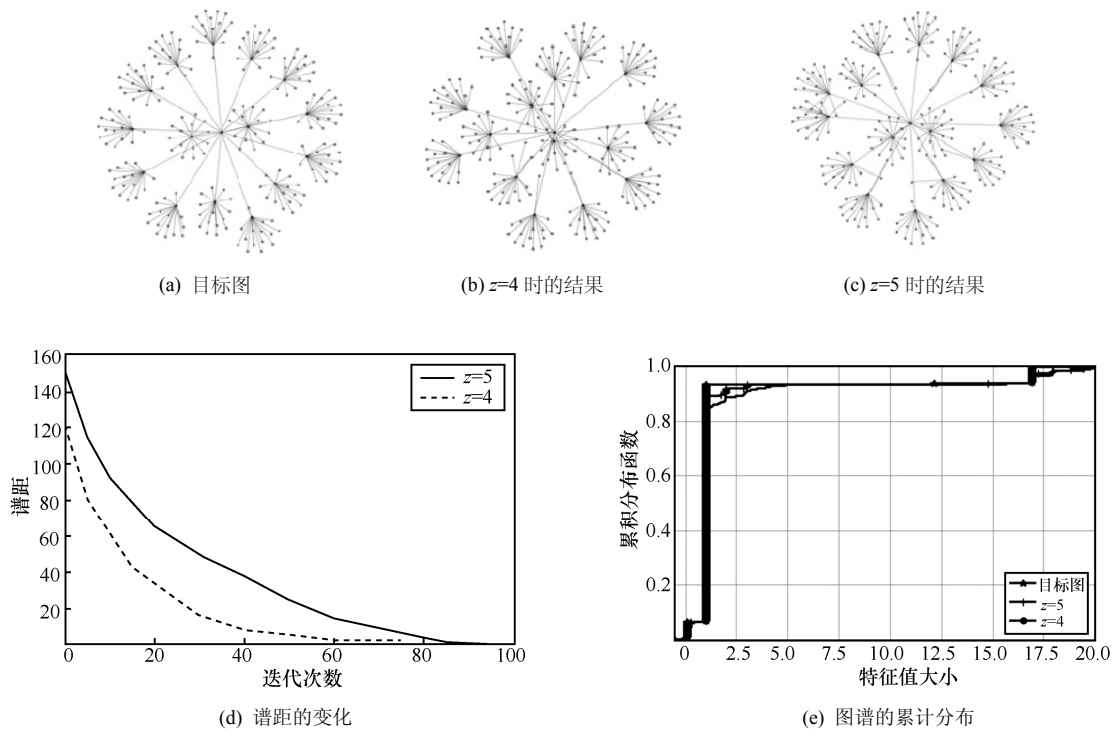


图 3 层次型 WSN 的模拟结果

当算法选取前 5 阶谱矩时, 收敛时得到的拓扑 G 如图 3(c) 所示, 有 $(mon_z(G))_1^5 = (2.12, 22.37, 389.38, 7151.75, 133474.85)$, 与目标谱的谱距 $dis_{z=5}(SP(G), SP(G^*)) = 1.10$ 。两者与目标谱的谱距与随迭代次数的变化关系如图 3(d) 所示, 与目标谱的累积分布函数如图 3(e) 所示, 由图 3(d) 可以看出两者分别经过 87 与 96 次迭代即可收敛, 且选取高阶谱矩收敛时与目标拉氏谱更接近。

5.3 小结

由以上对两种常见的 WSN 拓扑结构的模拟可知, 选取不同的谱矩阶数 z 作为计算谱距离的参数时, 谱矩阶数 z 越大, 算法收敛时与目标谱的差异性也越小; 同时, z 值较大, 表示每个节点所了解的局部信息较多, 每次迭代过程有更多可操作的边, 收敛速度也慢, 但是通过有限次的迭代即可收敛; 并且, 谱距离随迭代次数呈指数级下降, 说明可以扩展应用于更大规模的 WSN; 但是收敛得到的拉氏谱与目标谱的差异较小, 但仍不能等于 0, 这是由以下 2 种原因造成: 1) 算法每次迭代都采用贪心策略来获取最优的结构变化, 可能使结果陷入局部最优; 2) 每个节点只了解局部信息, z 不能取较大的值, 使结果存在误差。

6 结束语

本文依据图谱理论提出了一种基于拉氏谱矩的节点自适应局部链路优化算法来延长 WSN 的生存时间, 实验结果表明, 对于层次型与非层次型的网络结构, 拉氏谱距离随着迭代次数的增加呈指数级下降并能很快收敛, 且得到的拉氏谱已经基本符合给定值, 从而使网络拓扑具有相应的性质, 验证了算法的有效性, 进而说明该算法能够有效应用于 WSN 链路的优化以及延长网络生存时间。

从图论的角度看, 具有相同拉氏谱的图并非一定同构, 但拉氏谱决定了网络的基本属性, 如网络的连通性、消息传播的效率、网络的动态演化过程等。本文仅从图的拉氏谱矩与拉氏谱的等价性, 提出了构造具有相同拉氏谱的网络结构的自适应链路调整算法, 因此, 未来的工作方向之一是研究同谱同构的网络拓扑的动态优化算法; 其次, 在本文提出的算法中, 每次迭代都采用贪心策略, 可能会导致算法陷入局部最优, 因此, 对于局部最优问题的解决也是未来工作方向之一; 第三, 对于谱矩阶数 z 的取值直接影响算法的收敛速度和与目标拉氏谱的吻合程度, 因此, z 的最优取值问题也是未来工作的重点。

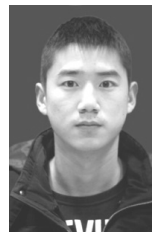
参考文献:

- [1] RASHID B, REHMANI M H. Applications of wireless sensor networks for urban areas: a survey[J]. *Journal of Network and Computer Applications*, 2016(60): 192-219.
- [2] AZIZ A A, SEKERCIOGLU Y A, FITZPATRICK P, et al. A survey on distributed topology control techniques for extending the lifetime of battery powered wireless sensor networks[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2013, 15(1): 121-144.
- [3] WATTENHOFER R, ZOLLINGER A. XTC: a practical topology control algorithm for ad-hoc networks[C]//18th International Parallel and Distributed Processing Symposium. 2004: 216.
- [4] QIAO J, LIU S, QI X, et al. Transmission power control in wireless sensor networks under the minimum connected average node degree constraint[J]. *International Journal on Smart Sensing & Intelligent Systems*, 2015, 8(1): 801-821.
- [5] LIN S, MIAO F, ZHANG J, et al. ATPC: Adaptive transmission power control for wireless sensor networks[J]. *ACM Transactions on Sensor Networks (TOSN)*, 2016, 1(1): 223-236.
- [6] MIGUEL M L F, JAMHOUR E, PELLENZ M E, et al. A power planning algorithm based on RPL for AMI wireless sensor networks[J]. *Sensors*, 2017, 17(4): 679-686.
- [7] ZHU C, LEUNG V C M, YANG L T, et al. Collaborative location-based sleep scheduling for wireless sensor networks integrated with mobile cloud computing[J]. *IEEE Transactions on Computers*, 2015, 64(7): 1844-1856.
- [8] CHAUDHARI K, PARDESHI P, MALI J, et al. Efficient collaborative sleep scheduling scheme and an adaptive feedback approach for energy-efficient wireless sensor networks[J]. *International Journal of Engineering Science*, 2016: 2801-2903.
- [9] MORE A, RAISINGHANI V. Random backoff sleep protocol for energy efficient coverage in wireless sensor networks[M]//Advanced Computing, Networking and Informatics-Volume 2. Springer International Publishing, 2014: 123-131.
- [10] MUKHERJEE M, SHU L, FANG W, et al. Sleep scheduling in wireless powered industrial wireless sensor networks: poster abstract[C]//The 16th ACM/IEEE International Conference on Information Processing in Sensor Networks. 2017: 301-302.
- [11] SHAMSHIRBAND S, PATEL A, ANUAR N B, et al. Cooperative game theoretic approach using fuzzy Q-learning for detecting and preventing intrusions in wireless sensor networks[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2014(32): 228-241.
- [12] ALSKAIF T, ZAPATA M G, BELLALTA B. Game theory for energy efficiency in wireless sensor networks: latest trends[J]. *Journal of Network and Computer Applications*, 2015(54): 33-61.
- [13] LIN D, WANG Q, LIN D, et al. An energy-efficient clustering routing protocol based on evolutionary game theory in wireless sensor networks[J]. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2015.
- [14] ZHU J, JIANG D, BA S, et al. A game-theoretic power control mechanism based on hidden Markov model in cognitive wireless sensor network with imperfect information[J]. *Neurocomputing*, 2017(220): 76-83.
- [15] PRECIADO V M, JADBABAIE A. Moment-based spectral analysis of large-scale networks using local structural information[J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking (TON)*, 2013, 21(2): 373-382.
- [16] ZAVLANOS M M, PRECIADO V M, JADBABAIE A. Spectral control of mobile robot networks[C]//American Control Conference (ACC). 2011: 3245-3250.
- [17] FAX J A, MURRAY R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1465-1476.
- [18] GHOSH A, BOYD S. Growing well-connected graphs[C]// 2006 45th IEEE Conference on Decision and Control. 2006: 6605-6611.
- [19] HASSANZADEH A, STOLERU R, CHEN J. Efficient flooding in wireless sensor networks secured with neighborhood keys[C]//2011 IEEE 7th International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications (WiMob). 2011: 119-126.
- [20] PRECIADO V M, ZAVLANOS M M, JADBABAIE A, et al. Distributed control of the Laplacian spectral moments of a network[C]//American Control Conference (ACC). 2010: 4462-4467.
- [21] CORTÉS J. Distributed algorithms for reaching consensus on general functions[J]. *Automatica*, 2008, 44(3): 726-737.

作者简介:



蔡青松 (1973-), 男, 河南唐河人, 博士, 北京工商大学副教授, 主要研究方向为移动计算、无线传感网、车载网络、物联网等。



陈希厚 (1994-), 男, 河南潢川人, 北京工商大学硕士生, 主要研究方向为物联网与数据挖掘。